Mathématisation: processus social & principe didactique

> Parce que les mathématiques sont reconnaissables mais difficiles à définir, nous les avons remplacées par un processus ou des processus qui peuvent être rendus plus tangibles et que nous avons appelés « mathématisation ». (Gattegno 1988, p. 1)

Introduction

Les intentions de la conférence CIEAEM 69 sont d'interroger le concept de mathématisation qui est communément accepté dans l'éducation mathématique formelle. Un des objectifs de la 69eme conférence de la CIEAEM est de rendre explicite les conditions de la mathématisation dans les domaines sociaux, économiques, écologiques, etc. Le deuxième objectif de cette conférence est de revenir sur les expériences curriculaires qui portent une attention particulière aux relations entre les savoirs mathématiques et les savoirs du quotidien.

Dans cet appel, la mathématisation est utilisée dans un sens très large. Elle peut ainsi inclure l'utilisation de toute forme de mathématiques, par exemple l'interprétation mathématique de notions du monde (incluant des objets mathématiques), ou bien exprimer des idées d'une façon mathématique. Il peut aussi inclure la façon dont on peut rencontrer les mathématiques comme étant utilisées “sur” elles et dans leur contexte, par exemple les mathématiques au cœur de la description d'activités humaines, de la prise de décisions éclairée par les mathématiques.

La mathématisation – dans cette acception large – est un concept qui est présent dans les préoccupations de la CIEAEM depuis plus d'un demi siècle. On peut rappeler les textes de 1954 quand Servais décrivait les changements fondamentaux de la société qu'il espérait dans les termes suivants :

> Notre époque marque le début d'une ère mathématique. [...] Ce fait, quelque soient les réactions, les opinions et les jugements qu'il puisse provoquer, accroît la responsabilité de tout professeur, qui enseigne les mathématiques et quelque soit son niveau d'enseignement. [...] S'il convient d'être fier d'une tradition mathématique, il est aussi important de permettre la mathématisation [du monde] à venir. Autant il est vrai que celui qui consacre sa vie à l'enseignement, accepte une mission de construire un monde nouveau sur le monde passé, autant la responsabilité envers le futur est plus grande que la loyauté au passé. (Servais 1954, p. 89; quoted in Vanpaemel, De Bock, & Verschaffel 2011, traduit par nous)

Cette déclaration est appuyée sur un optimisme considérant que en se fondant sur le développement social et technologique de la tradition mathématique, le futur sera plus favorable que le passé. En effet, comme Davis et Hersh ont montré 30 ans plus tard, “les mondes physiques et sociaux ont été mathématisés à une vitesse de plus en plus grande” (1986, p. xv, traduit par nous). Le prolongement de cette mathématisation fait que David et Hersh nous mettent en garde sur le fait que “nous devrions y regarder de plus près, parce que tout ne sera pas bon pour nous” (ibid.). Keitel, Kotzmann and Skovsmose ont repris cet avertissement en décrivant un processus cyclique :

> D'un côté la société devient formalisée et mathématisée sous l'influence des environnements technologiques autoproduits et des structures économiques ; de l'autre côté, les mathématiques sont naturellement une aide majeure pour penser les environnements technologiques et quantifiés. Ainsi, la société a besoin de plus en plus d'aides techno-mathématiques. Dans ce processus, de nombreuses structures de l'activité humaine sont reconnues comme ayant un caractère formel. Donc, on peut utiliser les mathématiques pour contrôler ou changer ces structures. Une caractéristique des technologies et des sciences actuelles est que non seulement l'objet de recherche détermine les moyens mais *a contrario* les moyens déterminent ou créent les finalités. (1993, p. 249, traduit par nous)

La mathématisation des relations sociales, économiques et technologiques en termes de structures formelles est une arme à double tranchant. D'une part, elle a prouvé son efficacité et son efficience en termes de développement de structures de plus en plus complexes. Comme Fisher le faisait remarquer, "plus les mathématiques sont utilisés pour bâtir une réalité, mieux elles peuvent être appliquées pour décrire et manipuler précisément cette réalité" (1993, p. 118, traduit par nous). D'autre part, une fois établi comme un standard ou une (unique) façon de décrire, prédire et prescrire les processus sociaux, économiques écologiques, etc., elle réduit les possibilités de trouver des solutions informelles, non quantifiables et non mathématiques aux problèmes qui se posent. (Straehler-Pohl 2017).

En outre, la mathématisation des relations sociales, économiques et technologiques ne peut être complètement comprise sans prendre en compte un processus parallèle (Gellert & Jablonka 2007) – la *démathématisation* des pratiques sociales, par exemple, les impôts sont maintenant déduits automatiquement des salaires et plus calculés dans une perspective de participation aux autorités:

> La plus grande réussite des mathématiques, qui est immédiatement intriquée à leur progrès, peut paradoxalement être considérée dans le processus sans fin et double (explicite) de démathématisation et (implicite) de mathématisation d'objets et de techniques socialement produits.
> (Chevallard 1989, p. 52, traduit par nous)

Pour Keitel, la technologie fondée sur les mathématiques vue comme une forme de mathématiques implicites "fait disparaître les mathématiques des pratiques sociales ordinaires" (1989, p. 10). En conséquence, la démathématisation (explicite) des pratiques sociales conduit à une dévaluation des savoirs mathématiques embarqués dans ces pratiques. Quel type de savoir est ainsi utile pour que les citoyens puissent faire mieux que simplement obéir aux structures qui semblent "inséparablement connectées à notre organisation sociale" (Fischer 1993, p. 114, traduit par nous) ? Une menace au fondement démocratique de nos politiques est ainsi rendu manifeste, ce que Skovsmose traduit par la relation entre le savoir technologique et le savoir réflexif :

> Le savoir technologique lui-même est insuffisant pour prédire et analyser les résultats et les conséquences de ses propres productions ; des réflexions construites sur des compétences variées sont nécessaires. La compétence requise pour construire une voiture n'est pas adaptée pour l'évaluation des conséquences sociales de la production de voitures. (1994, p. 99, traduit par nous)

D'un point de vue pédagogique duquel la démocratie et la citoyenneté critique sont considérées, l'objectif ultime de l'éducation, la mathématisation/démathématisation des relations sociales, économiques et du développement technologique peut être considéré comme un point de départ pour des réflexions curriculaires imaginatives. Cependant, que savons nous vraiment des structures et des effets de la mathématisation et de la démathématisation ? En poussant la réflexion plus loin, est-il même nécessaire de préserver la capacité et la confiance à rejeter "la résolution de problèmes ayant une signification sociale au moyen des mathématiques" (Straehler-Pohl 2017, p. 49, traduit par nous) ?

Le deuxième objectif de la conférence CIEAEM 69 est lié à la pratique où, dans la plupart des pays, les mathématiques scolaires, et particulièrement à l'école élémentaire, sont et ont été historiquement construites comme une discipline dans laquelle le savoir de tous les jours et le savoir scientifique se rencontrent. L'hypothèse forte de ces pratiques, est que les savoirs mathématiques peuvent être utiles dans n'importe quel type de contextes professionnels ou quotidiens. Voyons, par exemple cet ancien manuel allemand pour des élèves de grade 7 dont la couverture montre les mathématiques comme fondamentaux dans les travaux manuels (Fig. 1). Des exemples de ce type abondent. Keitel se réfère à un manuel américain de 1937, dans lequel la table des matières des mathématiques est ouvertement liée aux besoins supposés de la communauté, en arguant que "une orientation sociale triviale quoique dogmatique" est souvent la force motrice de la construction du curriculum.

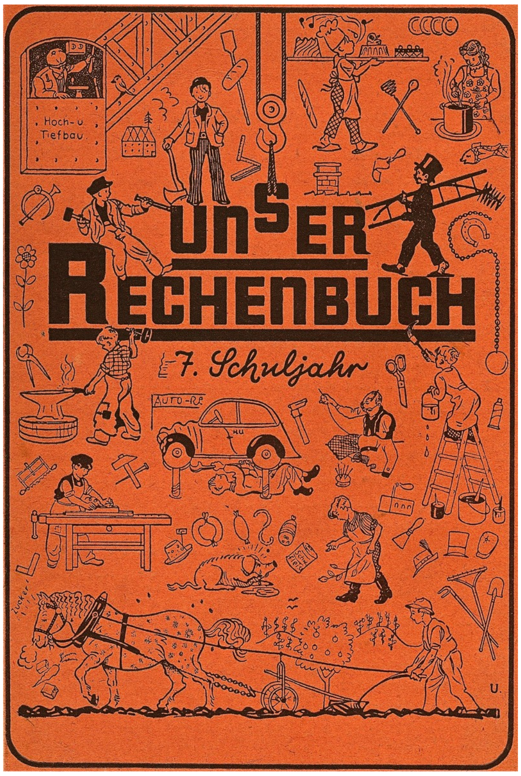

Fig. 1 Front cover of *unser Rechenbuch, Baßler et al. (1949)*

Des considérations élaborées des relations des mathématiques et de la vie quotidienne ont servi et continuent à servir, de balise essentielle de différentes conceptions des curriculums dans l'éducation mathématique (Jablonka 2003, Verschaffel, Greer, Van Dooren, & Mukhopadhyay 2009). Dans certaines de ces conceptions la mathématisation est considérée comme un principe didactique essentiel pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques.

Un exemple internationalement influent d'une conception curriculaire reposant explicitement sur la mathématisation est l'exemple de l'éducation des mathématiques réalistes (p. ex. Treffers 1987, de Lange 1996). EMR distingue entre des mathématisations horizontale et verticale. Une mathématisation horizontale concerne l'activité des élèves dans laquelle ils expriment mathématiquement une situation quotidienne réaliste à partir de laquelle un développement mathématique peut être étudié. Ce peut être interprété comme un pas de côté. Cependant, les situations de la vie quotidienne sont appréciées surtout pour leur potentiel didactique comme point de départ de la mathématisation. Leur propos est illustratif et motivant, et l'authenticité n'est pas le critère principal pour la conception de ces situations de la vie quotidienne. Une fois la formulation mathématique de la situation quotidienne effectuée, le pas suivant est celui de la mathématisation verticale, dans laquelle la structure du savoir mathématique est le point d'intérêt. Les élèves rentrent "profondément" dans les mathématiques, ou atteignent des niveaux plus hauts d'abstraction mathématique.

La modélisation mathématique (p. ex. Blum, Galbraith, Henn, & Niss 2007, Stillman, Blum, & Salett Biembengut 2015) est une autre orientation pour la construction des curriculums qui est considérée dans le monde entier. Dans la modélisation mathématique, l'authenticité des situations de la vie quotidienne est de première importance. De ces situations émerge un modèle du monde réel qui se traduit à son tour dans un modèle mathématique qui pourra être utilisé pour des calculs ou des procédures mathématiques. Cette traduction est appelée la mathématisation. Dans cette perspective curriculaire, l'éducation mathématique est construite sur une simplification des mathématiques appliquées.

Le deuxième objectif de CIEAEM 69 sera ainsi de réfléchir théoriquement et empiriquement sur les expériences de conceptions curriculaires et en particulier de celles qui portent une attention particulière aux relations entre les savoirs mathématiques et ceux de la vie quotidienne.

Deux points ne devraient pas être oubliés. Tout d'abord, dans une perspective psychologique du développement cognitif, la mathématisation est fortement reliée à l'abstraction et à la décontextualisation. Ces questions ont été substantiellement étudiées par Vergnaud qui décrit le processus d'examen des concepts mathématiques et d'ensemble de problèmes à travers des concepts tels que les invariants opératoires, les théorèmes en action, et les schèmes. Les représentations symboliques et les processus d'instrumentation des élèves représentent un point important dans ce champ (p. ex. Vergnaud 1999). Il est intéressant de noter que le travail de Piaget, qui est une référence centrale pour les développements théoriques de Vergnaud ont influencé longtemps les discussions au sein de la CIEAEM. Voir par exemple Servais (1968), dans lequel un passage de la mathématisation du monde à une mathématisation d'une situation est visible.

> L'implication réelle des élèves dans un travail mathématique ne peut être seulement assurée par une motivation adéquate à leur niveau ; le plaisir de jouer ou la compétition, l'intérêt pour les applications, la satisfaction et l'appétit de la découverte, l'affirmation de soi, un goût pour les mathématiques elles-mêmes. Pour apprendre les mathématiques activement, il est préférable de présenter aux élèves une situation qui est à mathématiser. Ainsi, la didactique actuelle est fondée, autant que possible, sur des propositions de situations faciles dans leur approche et suffisamment intéressantes et problématiques pour créer et soutenir des investigations des élèves. Ils apprennent par l'expérience à schématiser, à démêler les structures, à définir, à démontrer, à appliquer eux-mêmes plutôt que d'écouter et de mémoriser des résultats déjà prêts. (p. 798, traduit par nous)

Ensuite, la plupart du travail conceptuel qui repose sur la mathématisation comme un principe didactique se réfère explicitement aux écrits de Freudenthal. Dans *Mathematics as an Educational Task,* son point de départ est une analyse de ce que la mathématisation devrait signifier à différents niveaux des mathématiques :

> Aujourd'hui, la plupart d'entre nous serons d'accord pour dire que les étudiants devraient aussi apprendre la mathématisation de questions non mathématiques (ou insuffisamment mathématiques), c'est à dire, d'apprendre à les organiser dans des structures accessibles à des traitements mathématiques. Saisir des formes de l'espace comme des figures participe à la mathématisation de l'espace. Organiser les propriétés d'un parallélogramme de telle façon que l'une d'entre elle apparaisse comme fondement des autres pour déboucher sur une définition du parallélogramme, c'est mathématiser le champ conceptuel du parallélogramme. Organiser les théorèmes géométriques pour les déduire tous de quelques uns, c'est mathématiser (or axiomatiser) la géométrie. Organiser ce système à travers le langage est encore mathématiser ce sujet, ce que l'on appelle maintenant formaliser. (Freudenthal 1973, p. 133, traduit par nous)

Dans cette citation les concepts de mathématisation horizontale (mathématiser le non mathématique) et verticale (axiomatiser et formaliser) sont déjà élaborés.

Sous-thèmes et Questions

Le thème de la conférence, m*athématisation : processus social et didactique,* a pour but d'attirer des contributions fondées sur des expériences et des analyses de diverses natures et d'une large variété. Quatre sous-thèmes, qui représentent quatre directions de pensée et qui seront utilisés pour la composition des groupes de travail, aident à orienter et à catégoriser les contributions.

- Le sous-thème 1 se focalise sur les questions de mathématisation comme principes didactiques. Il rassemblera des recherches sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques à travers la mathématisation fondées sur des expérimentations dans des classes à différents niveaux ainsi que des développements ou des évolutions curriculaires dans ce domaine.
- Le sous-thème 2, contrairement au sous-thème 1, n'est pas directement lié à l'apprentissage des mathématiques. Il concerne la façon dont la société elle-même est mathématisée dans sa relation aux actualités de mathématisation dans les domaines

sociaux, environnementaux, etc. aussi bien en considérant des points de vue locaux que globaux dans ce processus de modélisation.

- Le sous-thème 3 essayera de combiner les sujets des sous-thèmes 1 et 2 pour tirer des réflexions fécondes de ces interactions. L'importance de telles questions ont été mises en exergue dans le manifeste 2000 de la CIEAEM :

  > L'éducation mathématique doit permettre la compréhension des processus de "mathématisation" dans la société. [...] Comment l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques peuvent-il être présentés non seulement comme une introduction à des idées puissantes issues de notre culture, mais aussi comme une critique des idées et de leurs applications ? Enseignons nous comment les mathématiques sont utilisées dans notre société ? Est-ce que nous comprenons suffisamment dans quelle mesure la société devient de plus en plus "mathématisée" ? (CIEAEM 2000, pp. 8–9)

- Le sous-thème 4 est consacré à l'analyse et à une réflexion des effets de la mathématisation sur la pédagogie. Les enjeux de ce groupe porteront sur les façons dont les standards et les incitations institutionnelles, évaluations et résultats, influencent, impactent ou détériorent les pratiques quotidiennes des professeurs de mathématiques aussi bien que celles des chercheurs dans le domaine de l'éducation mathématique.

Dans la dernière partie de ce document de discussion de la conférence CIEAEM 69, nous développons les quatre sous-thèmes. Les descriptions et les questions sont proposées pour stimuler les contributions et les discussions. Elles fournissent une structure générale du sujet sans empêcher, et plutôt même en encourageant, l'exploration de pistes aux frontières de ces thèmes.

Sous-thème 1 Mathématisation comme principe didactique

Le point central de ce sous-thème est constitué des expériences d'enseignement et des recherches portant sur les conceptions de l'éducation mathématique qui croisent les mathématiques et le monde de tous les jours. Les contributions pourront se référer à des concepts déjà bien établis comme *Real Mathematics Education* (Éducation fondée sur les mathématiques de la vie quotidienne) ou la modélisation mathématique, mais pourront aussi les interroger ou explorer de nouvelles voies permettant de connecter les mathématiques et le monde. Nous encourageons les contributeurs de ce sous-thème à analyser les défis et les potentiels que la mathématisation procure en tant que principe didactique, tout comme nous invitons les réflexions critiques de développements historiques ou de politiques d'éducation. Une question qui pourra être aussi traitée concerne les conséquences de la mathématisation comme principe didactique pour l'apprentissage des élèves et la formation de leur identité.

Quelques questions :

- Qu'est-ce qui qualifie un contexte du monde réel comme point de départ et/ou point d'arrivée d'une construction didactique construite sur la mathématisation ?
- Dans quelles mesures les contextes de la vie quotidienne sont-ils pertinents pour l'apprentissage des mathématiques ?
- Quels sont les processus cognitifs, sociaux ou discursifs qui sont présents dans des environnements d'apprentissage construits sur la mathématisation ?
- Est-ce que tous les élèves bénéficient également de ces conceptions de l'éducation mathématique ?
- Quelles organisations matérielles aident à l'apprentissage des élèves dans un contexte d'apprentissage des mathématiques par la mathématisation (p. ex. artefacts, expériences physiques, espaces de travail, etc.).
- Quelle épistémologie des mathématiques se construit à travers ces principes didactiques de mathématisation ?

Sous-thème 2 Mathématisation de la société

Le sous-thème 2 étudie les modèles, dans lesquelles les mathématiques sont partiellement ou largement impliquées, et par lesquelles, les processus sociaux, économiques, écologiques, etc. peuvent être décrits, prédits et prescrits. Ces modèles éclairent très souvent des politiques sociales ou environnementales sur des questions vives comme celle des réfugiés, de l'eau, de l'énergie, des changements climatiques (Hauge & Barwell 2015), de la santé (Hall & Barwell 2015); ils peuvent aussi être utilisés pour justifier et légitimer des décisions politiques. Ce sous-thème porte sur les récents développements à la frontière entre mathématiques, technologie et mondialisation : *big data*, sécurité, internet des objets, mathématisation des espaces urbains, etc. ; en gardant en mémoire que la mathématisation n'est pas un phénomène naturel que nous ne puissions éviter. Il sera de propos et il pourrait être important de questionner les intentions qui se réalisent (Davis 1989).

Quelques questions :

- Que savons nous des modèles mathématiques utilisés ? De quelle façon sont ils rendus publics ?
- Quelles expériences et quelles pratiques sont facilitées par la mathématisation et n'auraient pas été possibles sans ? Est-ce qu'il existe des expériences et des pratiques qui sont peu probables ou même impossibles dans le cadre d'une mathématisation ?
- En comparant des technologies qui utilisent des modèles mathématiques et des algorithmes différents, quels sont ou pourraient être des effets de bord imprévus ?
- Comment la mathématisation de la société est relayée et réfléchie dans les medias et la culture populaire (p. ex. dans les publicités, journaux, romans, films, documentaires, séries) ?
- Comment les modèles mathématiques influencent les conditions fondamentales de vie de groupes sociaux spécifiques, p. ex. en régulant le bien être social, en pourvoyant de l'aide aux réfugiés, ou même en restreignant ou sanctionnant les importations de nourriture et de produits de santé (voir, p. ex., Alshwaikh & Straehler-Pohl 2017)?
- Qu'en est-il de la recherche (en éducation mathématique) : comment cette accroissement de la mathématisation dans la société affecte les recherches en éducations ? Quelles sont les implications politiques dans le développement de la recherche en éducation mathématique (Hoyles & Ferrini-Mundy 2013)?

Sous-thème 3 Interconnecter la mathématisation comme processus social et comme principe didactique

Des voies se sont élevées pour fournir de façon urgente une "éthique des mathématiques pour la vie" (Renert 2011, p. 25, traduit par nous) et que les "dimensions politiques et sociologiques des relations entre mathématiques, technologie et société sont fondamentales" (Gellert 2011, p. 19, traduit par nous). Pour une telle éthique, il serait nécessaire de développer des activités (pour la classe) qui prennent en compte ces relations, en ne réduisant pas simplement les mathématiques à un remède et une réponse aux problèmes que nous rencontrons, et en brisant de nombreux mythes relatifs aux mathématiques et à leurs utilisations.

Quelques questions :

- "Comment les élèves peuvent pouvoir critiquer (et être critique) les modèles et la modélisation, incluant les techniques formalisées qui soutiennent l'utilisation ou l'abus d'utilisation des mathématiques dans la société ?" (CIEAEM 2000, p. 9)

- Comment la formation des enseignants peut contribuer à construire des connaissances réflexives sur les mathématiques nécessaires pour atteindre ces buts ?
- Comment les élèves et les professeurs peuvent prendre en compte à la fois la fiction didactique et la réalité des phénomènes sociaux, économiques, environnementaux dans l'éducation mathématique ?
- Que peut on apprendre des exemples des pratiques de l'éducation mathématique qui ont à voir localement avec les questions sociales, environnementales, etc. ?
- Comment peut-on développer des environnements d'apprentissage de telle façon que les élèves apprennent à utiliser les mathématiques comme un outil d'émancipation permettant de questionner leur réalité sociale ?
- Comment peut-on développer des environnements d'apprentissage de telle façon que les élèves puissent s'émanciper des mathématiques, de façon à revendiquer une position contre des arguments apparemment validés ?

Sous-thème 4 Mathématisation de la pédagogie

Même quand elle n'est pas utilisée comme principe didactique ou un objet de réflexion, la mathématisation ne reste pas en dehors de l'école. Elle entre, par exemple, dans les normes des évaluations standardisées et ainsi change la “gouvernance du dispositif d'évaluation” (Björklund Boistrup 2017). Parfois directement, parfois plus indirectement, les écoles reçoivent des aides et l'enseignement est “amélioré”, sur des recommandations à propos de ce qui fonctionne dans la classe, et dans l'éducation plus généralement (Biesta 2007). Des expérimentations avec contrôles randomisés semblent être le standard pour des politiques et des chercheurs en éducation (p. ex. Slavin 2002). Une fois l'impact des recommandations construites sur les résultats de recherche, les interventions peuvent être comparées entre elles, et de plus, mesurées en regard de leurs coûts en termes d'efficience, en promettant aux politiques de trouver le “bon coup pour le financement” comme Jablonka et Bergsten (2017, p. 115, traduit par nous) l'ont montré de façon critique. Cependant, comme Herzog (2011) le propose, “attendre que nous soyons bientôt capables de contrôler le système éducatif plus efficacement et de façon efficiente en appuyant les décisions politiques sur les résultats de la recherche, est naïf” (p. 134, traduit par nous).

Quelques questions :

- Quels sont les effets de la mathématisation sur les recherches en mathématiques sur les activités pédagogiques à l'école ?
- Quelles sont les stratégies et instructions officiellement stipulées pour mettre en œuvre des résultats des recherches dans l'éducation mathématique ?
- Comment les professeurs et les élèves tiennent compte de ce nouveau régime dans ce qu'il affecte l'éducation mathématique ? Comment participent ils ou résistent ils ?
- Quels sont les effets de la mathématisation de la pédagogie sur la formation des professeurs de mathématiques ?

References

Alshwaikh, J., & Straehler-Pohl, H. (2017). Interrupting passivity: Attempts to interrogate political agency in Palestinian school mathematics. In H. Straehler-Pohl, N. Bohlmann, & A. Pais (Eds.), *The disorder of mathematics education: Challenging the sociopolitical dimensions of research* (pp. 191–208). Cham: Springer.

Baßler, E., Bäurle, K., Heberle, E., Moosmann, E., & Ruffler, R. (1949). *Unser Rechenbuch* (7. Schuljahr). Stuttgart: Ernst Klett.

Biesta, G. (2007). Why ‘what works’ won’t work: Evidence-based practice and the democratic deficit in educational research. *Educational Theory, 57*(1), 1–22.

Björklund Boistrup, L. (2017). Assessment in mathematics education: A gatekeeping dispositive. In H. Straehler-Pohl, N. Bohlmann, & A. Pais (Eds.), *The disorder of mathematics education: Challenging the sociopolitical dimensions of research* (pp. 209–230). Cham: Springer.

Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W., & Niss, M. (Eds.). (2007). *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study*. New York: Springer.

Chevallard, Y. (1989). Implicit mathematics: Its impact on societal needs and demands. In J. Malone, H. Burkhardt, & C. Keitel (Eds.), *The mathematics curriculum: Towards the year 2000: Content, technology, teachers, dynamics* (pp. 49–57). Perth: Curtin University of Technology.

CIEAEM (2000). 50 years of CIEAEM: Where we are and where we go: Manifesto 2000 for the Year of Mathematics. [http://www.cieaem.org/?q=system/files/cieaem-manifest2000-e.pdf]

Davis, P. J. (1989). Applied mathematics as social contract. In C. Keitel, P. Damerow, A. J. Bishop, & P. Gerdes (Eds.), *Mathematics, education, and society* (pp. 24–28). Paris: UNESCO.

Davis, P. J., & Hersh, R. (1986). *Descartes’ dream: The world according to mathematics*. San Diego, CA: Harcourt Brace Jovanovich.

de Lange, J. (1996). Real problems with real world mathematics. In C. Alsina, J. M. Álvarez, M. Niss, A. Pérez, L. Rico, & A. Sfard (Eds.), *Proceedings of the 8th International Congress on Mathematical Education* (pp. 83–110). Sevilla: S.A.E.M. Thales.

Fischer, R. (1993). Mathematics as a means and as a system. In S. Restivo, J. P. van Bendegem, & R. Fischer (Eds.), *Math worlds: Philosophical and social studies of mathematics and mathematics education* (pp. 113–133). New York: SUNY Press.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: D. Reidel.

Gattegno, C. (1988). *La science de l’éducation: La conscience de la mathématisation*. New York: Educational Solutions Worldwide.

Gellert, U. (2011). Now it concerns us! A reaction to sustainable mathematics education. *For the Learning of Mathematics, 31*(2), 19–20.

Gellert, U., & Jablonka, E. (Eds.). (2007). *Mathematisation and demathematisation: Social, philosophical and educational ramifications*. Rotterdam: Sense.

Hall, J., & Barwell, R. (2015). The mathematical formatting of obesity in public health discourse. In S. Mukhopadhyay & B. Greer (Eds.), Proceedings of the 8th international Mathematics Education and Society conference (pp. 557–579). Portland, OR: MES8 [http://www.mescommunity.info/MES8ProceedingsVol2.pdf].

Hauge, K. H., & Barwell, R. (2015). Uncertainty in texts about climate change: A critical mathematics education perspective. In S. Mukhopadhyay & B. Greer (Eds.), Proceedings of the 8th international Mathematics Education and Society conference (pp. 582–595). Portland, OR: MES8 [http://www.mescommunity.info/MES8ProceedingsVol2.pdf].

Herzog, W. (2011). Eingeklammerte Praxis – ausgeklammerte Profession: Eine Kritik der evidenzbasierten Pädagogik. In J. Bellmann & T. Müller (Eds.), *Wissen was wirkt: Kritik evidenzbasierter Pädagogik* (pp. 123–145). Wiesbaden: VS.

Hoyles, C., & Ferrini-Mundy, J. (2013). Policy implications of developing mathematics education research. In M. A. Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Eds.), *Third international handbook of mathematics education* (pp. 485–515). New York: Springer.

Jablonka, E. (2003). Mathematical literacy. In A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Eds.), *Second international handbook of mathematics education* (pp. 75–102). Dordrecht: Kluwer.

Jablonka, E., & Bergsten, C. (2017). Installing “good mathematics teaching”: Hegemonic strategies and alliances of researchers. In H. Straehler-Pohl, N. Bohlmann, & A. Pais (Eds.), *The disorder of mathematics education: Challenging the sociopolitical dimensions of research* (pp. 107–120). Cham: Springer.

Keitel, C. (1987). What are the goals of mathematics for all? *Journal of Curriculum Studies, 19*(5), 393–407.
Keitel, C. (1989). Mathematics education and technology. *For the Learning of Mathematics, 9*(1), 103–120.
Keitel, C., Kotzmann, E., & Skovsmose, O. (1993). Beyond the tunnel vision: Analysing the relationship between mathematics, society and technology. In C. Keitel & K. Ruthven (Eds.), *Learning from computers: Mathematics education and technology* (pp. 243–279). Berlin: Springer.
Renert, M. (2011). Mathematics for life: Sustainable mathematics education. *For the Learning of Mathematics, 31*(1), 20–26.
Servais, W. (1954). Éditorial du Journal de la Société Belge de Professeurs de Mathématiques. *Dialectica, 8*(1), 88–91.
Servais, W. (1968). Present day problems in mathematical instruction. *Mathematics Teacher, 61*(8), 791–800.
Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.
Slavin, R. E. (2002). Evidence-based educational policies: Transforming educational practice and research. *Educational Researcher, 31*(7), 15–21.
Stillman, G. A., Blum, W., & Salett Biembengut, M. (Eds.). (2015). *Mathematical modelling in education research and practice: Cultural, social and cognitive influences*. Cham: Springer.
Straehler-Pohl, H. (2017). De|mathematisation and ideology in times of capitalism: Recovering critical distance. In H. Straehler-Pohl, N. Bohlmann, & A. Pais (Eds.), *The disorder of mathematics education: Challenging the socio-political dimensions of research* (pp. 35–52). Cham: Springer.
Treffers, A. (1987). *Three dimensions: A model of goal and theory description in mathematics instruction – the Wiskobas project*. Dordrecht: D. Reidel.
Vanpaemel, G., De Bock, D., & Verschaffel, L. (2011). Modern Mathematics: Willy Servais (1913–1979) and mathematical curriculum reform in Belgium. Paper presented at the Second International Conference on the History of Mathematics Education, Lisbon, October 2–5, 2011 [https://lirias.kuleuven.be/bitstream/123456789/406129/1/12HRP26.pdf].
Vergnaud, G. (1999). A comprehensive theory of representation for mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior, 17*(2), 167–181.
Verschaffel, L., Greer, B., Van Dooren, W., & Mukhopadhyay, S. (Eds.). (2009). *Words and worlds: Modelling verbal descriptions of situations*. Rotterdam: Sense.